



CONCOURS D'ENTREE ECINE

JUILLET 2015

PHYSIQUE

DUREE DE L'EPREUVE : 2h00

Le sujet comporte 7 pages

Calculatrice autorisée

*Avertissement : toute question relative au sujet est interdite pendant l'épreuve
Si le candidat repère ce qu'il pense être une erreur de sujet,
il consigne sur sa copie les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre
et continue son travail*

I – MECANIQUE

On souhaite préparer le départ d'une bille pour un « dominos-cascade ». La bille lancée doit aller percuter le premier domino pour déclencher les chutes en cascade. Les dominos étant déjà tous installés, on ne peut pas faire d'essais : les conditions de lancer et la trajectoire doivent donc être calculées.

Le schéma ci-dessous (figure 1) décrit la situation. Attention, les échelles ne sont pas respectées.

On suppose dans l'ensemble de l'exercice que :

- le référentiel terrestre est galiléen le temps de l'expérience ;
- la bille est assimilée à un point matériel ;
- les frottements solides et fluides sont négligeables.

On prendra $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

La masse de la bille est $m = 60 \text{ g}$.

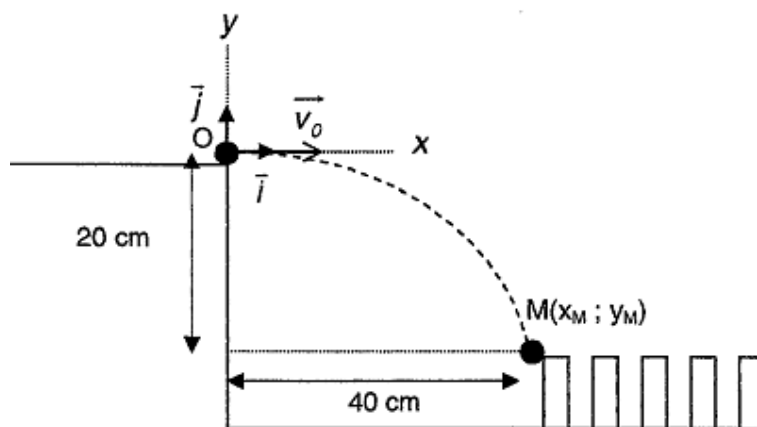


Figure 1

1. Equation de la trajectoire

On suppose dans cette partie que la bille arrive en O de coordonnées (0 ; 0) avec une vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$ de direction horizontale. L'instant où la bille arrive en ce point sera pris comme origine des temps ($t = 0$).

- 1.1. A quelle force est soumise la bille entre les points O et M exclus ?
- 1.2. En appliquant la seconde loi de Newton à la bille lorsqu'elle a quitté le point O, établir la relation entre le vecteur accélération du centre d'inertie de la bille \vec{a} et le vecteur accélération de pesanteur \vec{g} .

On montre que les coordonnées du vecteur vitesse du centre d'inertie de la bille dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $v_x(t) = v_0$ et $v_y(t) = -gt$.

- 1.3. Montrer alors que l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de la bille entre O et M est :

$$y(x) = \frac{-g x^2}{2v_0^2}$$

- 1.4. Calculer v_0 pour que le centre d'inertie de la bille arrive en M dont les coordonnées dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ sont $x_M = 0,40 \text{ m}$ et $y_M = -0,20 \text{ m}$.

2. Solutions techniques pour que la bille arrive en O avec la vitesse \vec{V}_0 .

2.1. Utilisation d'un plan incliné :

Dans cette situation (illustrée par la figure 2 ci-après), la bille est lâchée sans vitesse initiale d'un point A (de coordonnées x_A et y_A) situé en haut d'un plan incliné réglable très lisse sur lequel la bille glisse sans frottement.

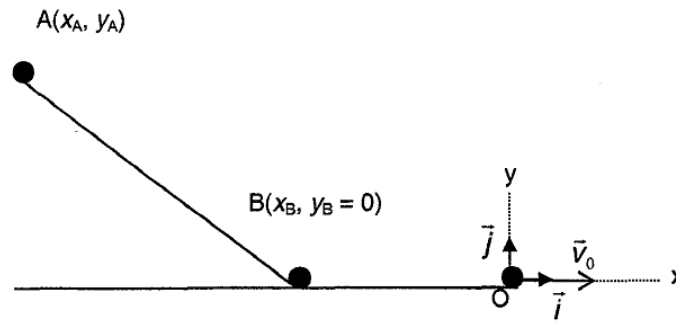


Figure 2

Ensuite, la bille roule entre les points B et O : sur cette portion on considérera que la valeur de la vitesse du centre d'inertie de la bille reste constante ; ainsi on aura $v_B = v_0$.

Sur la portion AB, on peut considérer que la bille est soumise à deux forces constantes : le poids \vec{P} et la réaction du plan incliné \vec{R} . En un point quelconque du trajet AB, ces vecteurs forces sont représentés sur la figure 3 ci-après (représentation sans considération d'échelle).

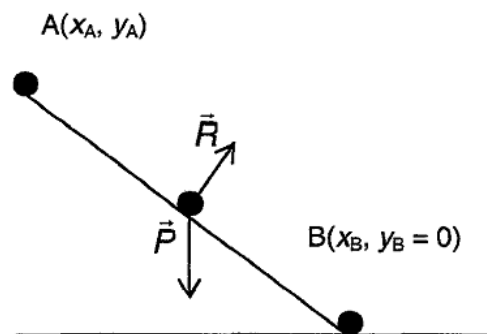


Figure 3

La force \vec{R} dont la direction est constamment perpendiculaire au trajet AB n'effectue aucun travail. Ainsi, la seule force qui effectue un travail sur le trajet AB est le poids \vec{P} qui est une force conservative : on peut donc affirmer que l'énergie mécanique du système {bille-Terre} se conserve entre A et B.

L'origine des énergies potentielles de pesanteur est prise au point O d'altitude $y_0 = 0$. On a donc $E_p(O) = 0$.

- 2.1.1. Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_M(A)$ de la bille en A en fonction de y_A .
- 2.1.2. Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_M(B)$ de la bille en B en fonction de v_B .
- 2.1.3. En déduire l'expression de y_A en fonction de $v_0 = v_B$.
- 2.1.4. Calculer y_A pour que v_0 ait la valeur de $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2.2. Utilisation d'un canon à bille :

Si on ne dispose pas de la place nécessaire à l'installation du plan incliné précédent, on peut utiliser un petit canon à ressort de raideur $k = 50 \text{ N.m}^{-1}$ (voir figure 4 ci-après).

Le ressort au repos a son extrémité en O de coordonnées (0, 0). L'opérateur le comprime en exerçant une force notée \vec{F}_{op} jusqu'à ce que son extrémité soit en C de coordonnées $(x_C, 0)$.

On pose alors la bille au contact du ressort. On admet que l'abscisse de la bille (assimilée à un point matériel) est confondue avec l'abscisse de l'extrémité du ressort est repérée par x . Lorsqu'on lâche le tout, la bille acquiert de la vitesse. Un système de blocage limite la détente complète en arrêtant le ressort au point O (de coordonnées 0 ; 0).

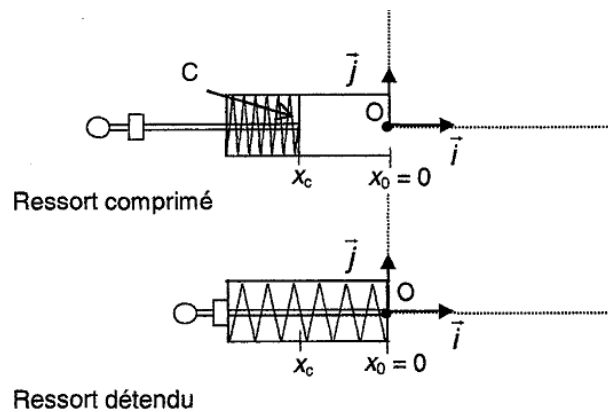


Figure 4

2.2.1. Donner l'expression vectorielle de la force de rappel notée \vec{F} exercée par le ressort.

2.2.2. Au cours de la compression du ressort, la force exercée par l'opérateur et notée \vec{F}_{op} est à chaque instant opposée à la force de rappel \vec{F} du ressort. En déduire l'expression vectorielle de la force \vec{F}_{op} .

2.2.3. Montrer que le travail de la force \vec{F}_{op} entre les points O et C a pour expression:

$$W_{OC}(\vec{F}_{op}) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_C^2$$

2.2.4. Le travail de \vec{F}_{op} a uniquement contribué à augmenter l'énergie potentielle élastique du ressort. Si on considère que, après avoir été relâché, celui-ci la restitue entièrement à la bille sous forme d'énergie cinétique, exprimer x_C en fonction de v_0 , m et k .

2.2.5. Application numérique : calculer la coordonnée x_C dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ pour que v_0 ait la valeur $2,0 \text{ m.s}^{-1}$.

II- ELECTRICITE

Les technologies développées dans l'industrie microélectronique ont été transposées avec succès pour fabriquer des microsystèmes électromécaniques, c'est-à-dire des systèmes miniaturisés qui intègrent sur une même puce des parties mécaniques (capteurs d'accélération ou de pression, miroirs, micromoteurs) et des circuits électroniques associés.

Un des premiers microsystèmes à avoir été développé est l'accéléromètre. Il est entre autres utilisé pour déclencher le gonflage des airbags des véhicules en cas de choc brutal.

*L'accéléromètre est constitué de deux pièces en forme de peignes complémentaires. L'une est fixe et constitue le cadre, l'autre est mobile à l'intérieur de ce cadre, suspendue par une lamelle flexible, sans contact entre les deux parties. L'ensemble constitue un condensateur. En cas de choc brutal du véhicule, la partie mobile se déplace par inertie dans le sens opposé au mouvement, comme le passager d'un bus qui est debout et se trouve projeté en avant quand le bus freine (voir **figure 1**). Ce changement de distance entre le peigne mobile et le cadre modifie la capacité du condensateur. Dès que le circuit intégré détecte ce changement de capacité, il commande le gonflage de l'airbag, avant même que le conducteur et les passagers du véhicule ne soient projetés en avant.*

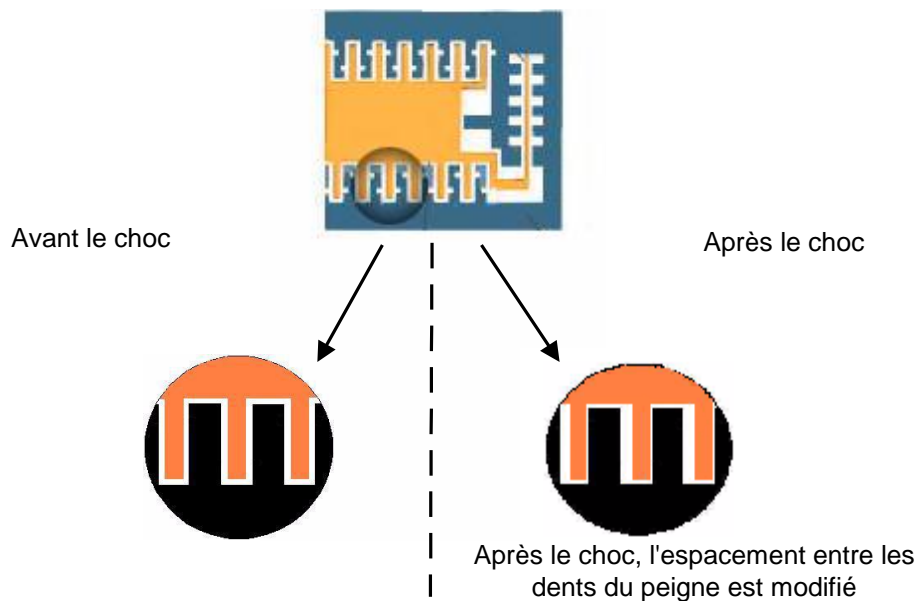


Figure 1 : Fonctionnement de l'accéléromètre et déclenchement d'airbag

Nous allons nous intéresser au principe de fonctionnement de ce dispositif. Le peigne mobile et le cadre constituent un condensateur de capacité C . Il est branché aux bornes d'une pile de résistance interne R et de force électromotrice E . Le circuit est modélisé par le schéma de la **figure 2**.

Données : $C = 100 \text{ pF}$ ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$). $E = 5,0 \text{ V}$

1. Comportement de l'accéléromètre en dehors de chocs

La mise sous tension de l'accéléromètre revient à fermer l'interrupteur K du montage modélisant le dispositif représenté sur la **figure 2 de l'annexe**.

Le condensateur est déchargé avant la fermeture de l'interrupteur.

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

Les courbes représentant les variations de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant en fonction du temps sont données sur la **FIGURE 3 DE L'ANNEXE**.

1.1. Sur cette figure, identifier en justifiant qualitativement la courbe correspondant à la tension et celle correspondant à l'intensité.

1.2. Comment se nomment les deux régimes de fonctionnement du circuit identifiables sur la figure ?

1.3. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps du dipôle RC.

Comparer cette valeur à la durée d'un choc de l'ordre de 200 ms.

1.4. Donner l'expression littérale de cette constante de temps.

En déduire un ordre de grandeur de la valeur de la résistance R .

1.5. Charge du condensateur.

1.5.1. Déterminer graphiquement sur la **FIGURE 3 DE L'ANNEXE** les valeurs de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant en régime permanent.

1.5.2. En déduire, en régime permanent, la valeur de la charge q du condensateur définie sur la **figure 2**.

2. Déclenchement de l'airbag

2.1. D'après le texte encadré, comment se nomment les parties de l'accéléromètre correspondant aux armatures mobile et fixe ?

2.2. Le rapprochement des deux armatures provoqué par un choc entraîne une augmentation de la capacité du condensateur (**FIGURE 4 DE L'ANNEXE**). Il s'agit de comprendre les conséquences de cette variation.

En tenant compte du fait que la constante de temps est très faible, on considérera que la valeur de la résistance est nulle.

2.2.1. Parmi les deux propositions suivantes donnant l'expression de la capacité C en fonction de la distance d entre les armatures du condensateur, choisir en justifiant celle qui peut convenir :

$$\text{a) } C = k \cdot d ; \quad \text{b) } C = \frac{k}{d}$$

2.2.2. Donner l'expression de la tension aux bornes du condensateur u_C et de la charge q du condensateur avant le choc, en fonction de E (on pourra s'aider d'un schéma du circuit).

2.2.3. Justifier que la tension aux bornes du condensateur n'est pas modifiée par le choc. En déduire que le choc a pour effet de faire augmenter la charge q du condensateur.

2.3. En reproduisant sur votre copie le schéma de **LA FIGURE 4 DE L'ANNEXE**, indiquer le sens de déplacement des électrons dans le circuit engendré par la variation de charge q du condensateur.

2.4. Donner la relation entre l'intensité i du courant et la charge q du condensateur.

Choisir parmi ces affirmations celle qui convient :

Le déclenchement du gonflage de l'airbag est commandé par la détection d'une variation :

- a) de tension aux bornes du condensateur
- b) d'intensité du courant dans le circuit
- c) de tension aux bornes du générateur.

ANNEXE

FIGURE 2

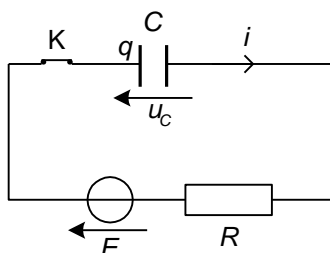


Figure 3 : courbes d'évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant

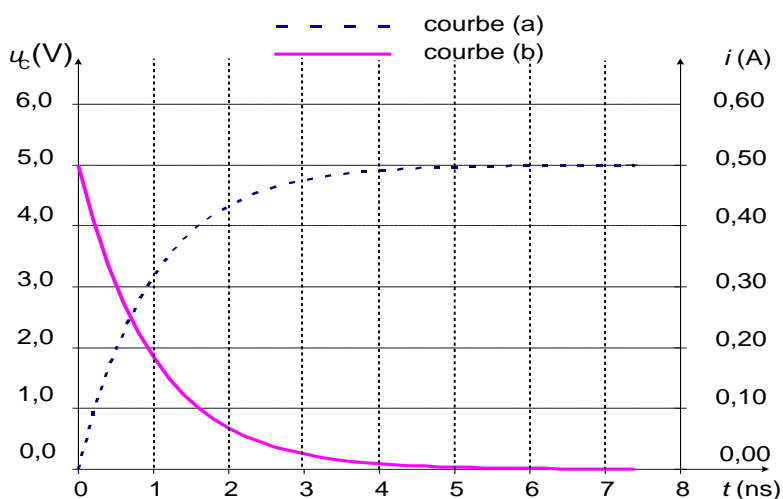
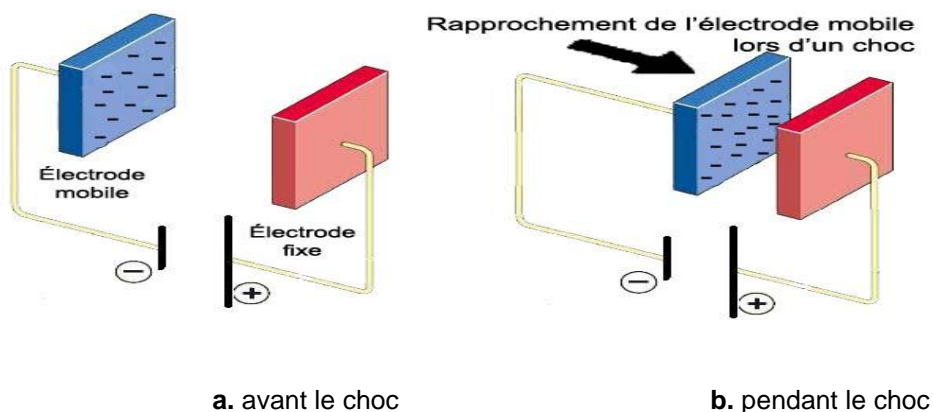


Figure 4 : rapprochement des deux armatures du condensateur lors d'un choc



Fin de l'énoncé