

Les lois de Newton



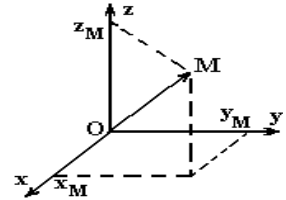
1. Repérer un point M d'un mobile dans un repère d'espace

Le vecteur position \vec{OM} permet de repérer le point M dans l'espace par rapport à un référentiel choisi pour l'étude.

$$\vec{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k} \text{ ou } \vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$OM = \|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} : \text{ module du vecteur position}$$

Les fonctions $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont les équations horaires du mouvement



2. Vecteur vitesse

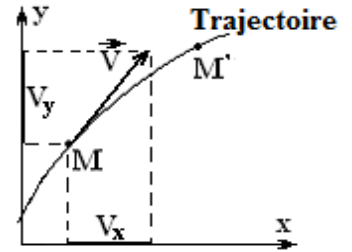
Le vecteur vitesse \vec{V} est défini comme la dérivée première du vecteur position par rapport au temps.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

Caractéristiques du vecteur vitesse en un point M :

- Direction : toujours tangente à la trajectoire au point M
- Sens : toujours dans le sens du mouvement
- Intensité (module ou valeur) : V et dont l'unité est m/s ou $m.s^{-1}$

$$\vec{V} = V_x.\vec{i} + V_y.\vec{j} + V_z.\vec{k} \text{ ou } \vec{V} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad v = \|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} : \text{ module du vecteur vitesse}$$



NB:

La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \text{ alors } V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad \text{et} \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \quad \text{et} \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$



Calculer la vitesse par la méthode d'encadrement :

$$V_{M_i} = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2.\tau}$$

M ₀	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅
τ = 50 ms		- Sens du mouvement →			

• La vitesse au point M₁: $V_{M_1} = \frac{M_0M_2}{2.\tau} = \frac{2.5 \times 10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 0.25 m/s$

• La vitesse au point M₃: $V_{M_3} = \frac{M_2M_4}{2.\tau} = \frac{4.5 \times 10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 0.45 m/s$

3. Vecteur accélération :

Le vecteur accélération \vec{a} est défini comme la dérivée première de la vitesse \vec{V} soit la dérivée seconde du vecteur position.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} : \text{ Vecteur accélération et a s'exprime en } m.s^{-2}$$

$$\vec{a} = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j} + a_z.\vec{k} \text{ ou } \vec{a} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} : \text{ module du vecteur accélération}$$

NB:

La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes

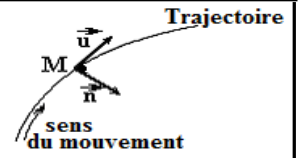
$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \text{ alors } a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \quad \text{et} \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \quad \text{et} \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}$$

4. La base locale de Frénet (Repère du point) :

La base de Frénet (M, \vec{u} , \vec{n}) n'a pas des vecteurs fixes contrairement à la base du repère catésien (O, \vec{i} , \vec{j} , \vec{k}), elle suit le mouvement donné par le système.

(M, \vec{u}, \vec{n}) : repère de Frenet tel que :

- La position du mobile en M est l'origine du repère.
- \vec{u} : Vecteur unitaire tangent à la trajectoire au point M et dirigée toujours dans le sens du mouvement (de même sens que la vitesse \vec{V}).
- \vec{n} : Vecteur unitaire normal à la trajectoire au point M et dirigé vers le centre de courbure de la trajectoire.



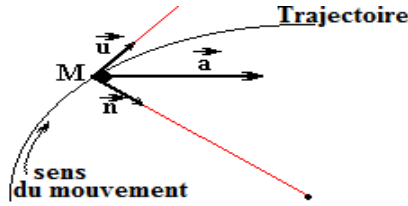
5. Expression de l'accélération \vec{a} dans le repère de Frenet (Repère du point) :

$$\vec{a} = a_T \cdot \vec{u} + a_n \cdot \vec{n} \quad \text{et} \quad a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_u^2 + a_n^2}$$

$a_T = \frac{dV}{dt}$: accélération tangentielle

$a_n = \frac{V^2}{\varphi}$: accélération normale

φ : rayon de courbure

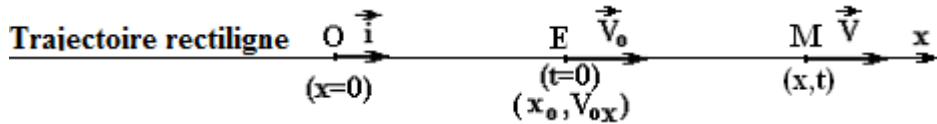


NB :

Dans le cas d'un mouvement circulaire le rayon de courbure φ est identique au Rayon R de la trajectoire circulaire

6. Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Le mouvement du centre d'inertie est rectiligne uniforme si la trajectoire est rectiligne et si le vecteur accélération est constant $\vec{a}_G = \vec{C}^{te}$



<p>L'accélération est Constante non nulle $a_x = C^{te} \neq 0$</p>	<p>La vitesse est constante $V_x(t) = a_x \cdot t + V_{0x}$</p> <p>$a_x = \frac{\Delta V}{\Delta t}$</p> <p>$V_{0x}$: la coordonnée du vecteur vitesse sur l'axe Ox à l'instant t=0</p>	<p>Equation horaire du mouvement $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + V_{0x} \cdot t + x_0$</p> <p>$V_{0x}$: la coordonnée du vecteur vitesse sur l'axe Ox à l'instant t=0</p> <p>x_0 : l'abscisse à l'instant t=0</p>	<p>Enregistrement</p> <p>La distance entre deux points successifs varie $M_i M_{i+1} \neq C^{te}$</p> <p>La vitesse varie $V_{M_i} = \frac{M_{i-1} M_{i+1}}{2 \cdot \tau}$</p>
--	---	---	--

NB :

Dans un mouvement rectiligne, vauz mieux choisir l'axe (Ox par exemple) parallèle (ou bien confondu) à la trajectoire

Le vecteur vitesse est parallèle à l'axe Ox et $V_y=0$ Le vecteur accélération est parallèle à l'axe Ox et $a_y=0$

****** Montrer que $V_B^2 - V_A^2 = 2 \cdot a_x \cdot (x_B - x_A)$:

Les lois de Newton

1. Forces intérieures et Forces extérieures

- Préciser le système à étudié
- Les **forces extérieures** dues à des interactions avec des objets qui n'appartiennent pas au système.
- Les **forces intérieures** dues à des interactions entre les constituants du système.

2. Référentiels galiléens

- Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la première loi de Newton (Principe d'inertie) est vérifiée
- Soit R, un référentiel galiléen. Tout référentiel R' en translation rectiligne uniforme par rapport à R est considéré comme un référentiel galiléen
- **Référentiel de Copernic** : L'origine du référentiel de Copernic est au centre de masse du système solaire (composé du Soleil, et des objets célestes gravitant autour de lui). Ses axes pointent vers des étoiles lointaines fixes.

3. La 1^{ère} loi de Newton (Principe d'inertie)

$\sum \vec{F} = \vec{0}$: le système est isolé ou pseudo isolé On peut en déduire que $\vec{a}_G = \vec{0}$ et $\vec{V}_G = \vec{C}^{te}$ par conséquent :

- Le mobile est au repos (immobile) $V_G = 0$
- Le centre de gravité du mobile est en mouvement rectiligne uniforme $V_G = Cte \neq 0$

Énoncé : Dans un référentiel galiléen un système ponctuel isolé ou pseudo-isolé est soit immobile ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme

NB :

Un solide isolé mécaniquement n'est soumis à aucune force. Un solide pseudo-isolé mécaniquement est soumis à des forces qui se compensent à chaque instant.

4. La 2^{ème} loi de Newton (Théorème de centre d'inertie TCI)

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$$

Énoncé : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des force extérieures exercées sur un système ponctuel est égale au produit de la masse du système par le vecteur accélération \vec{a}_G de son centre de gravité

Lorsque $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G = \vec{0}$ alors $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = 0$: le vecteur \vec{v}_G est constant. On retrouve le principe d'inertie.

Remarque :

L'accélération du centre d'inertie G d'un solide est toujours colinéaire à la somme des forces appliquées

5. La 3^{ème} loi de Newton (Principe d'action et de réaction ou principe des actions réciproques)

Énoncé : si un système A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système B alors le système B exerce aussi sur le système A une force $\vec{F}_{B/A}$ ayant même droite d'action, même valeur, même direction mais un sens opposé et donc : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

La 3^{ème} loi de Newton

- Est valable pour tous les états de mouvement ou de repos d'un mobile
- Est valable pour toutes les forces, qu'elles s'exercent à distance ou par contact.
- Permet d'écrire que, dans un système matériel, la somme des forces intérieures est nulle,



Comment exploiter la 2^{ème} loi de Newton

En règle générale, la 2^{ème} loi de Newton sert à déterminer le mouvement d'un point matériel ou d'un système de points, connaissant les forces qui s'appliquent à ce point.

Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la 2^{ème} loi de Newton, la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
 - 2.1. Forces de contact
 - 2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.
Exemples : le poids \vec{P} et \vec{R} la réaction d'un plan quand les frottements sont négligeables
4. Choisir un référentiel galiléen. Il faut toujours préciser le référentiel d'étude, c'est fondamental

NB :

Attention pour les mouvements rectilignes et le repère de Frenet pour les mouvements curvilignes

5. Ecrire la relation vectorielle de la 2^{ème} loi de Newton $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$
6. Projeter chacune de ces forces sur les axes du référentiel (Se rappeler de la définition de la projection d'un vecteur sur un axe d'un référentiel)

NB : La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes

- 6.1. Sur l'axe Ox : $\sum F_x = m \cdot a_x$
- 6.2. Sur l'axe Oy : $\sum F_y = m \cdot a_y$

7. Répondre !!!

Remarque :

La projection peut se faire sur un axe ou l'autre ou les deux à la fois, ça dépend de la nature de la question (pas de priorité pour le choix de l'axe Ox)

EXERCICE 1

On considère un point M leurs coordonnées dans un repère sont : $\vec{OM} = 2t^2 \vec{i} + (3t + 5) \vec{j}$

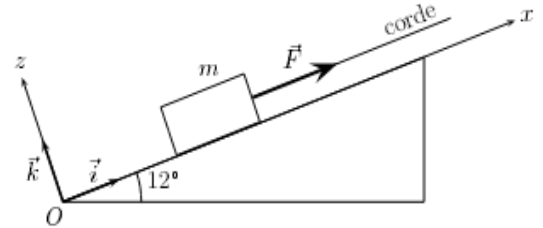
1. Déterminer la distance OM à $t=0$?
2. Déterminer l'expression du vecteur vitesse et calculer leur module à $t=0$?
3. Déterminer l'expression du vecteur accélération et calculer leur module?

EXERCICE 2

Un bloc de masse $m = 80,0 \text{ kg}$ repose sur un plan incliné d'un angle de $12,0^\circ$ par rapport à l'horizontale. Une corde actionnée par un moteur exerce sur le bloc une force de valeur \vec{F} constante. On se propose de déterminer F pour que le bloc soit hissé avec une accélération de valeur constant $a = 2,00 \text{ ms}^{-2}$.

On suppose qu'au cours du déplacement, la valeur de la composante tangentielle de la force \vec{R} exercée par le sol sur le bloc est égale à 0,25 fois la valeur de sa composante normale.

- 1) Reproduire le schéma et représenter qualitativement les forces agissant sur le bloc.
- 2) Calculer la valeur R_z de la composante de R selon le vecteur \vec{k} . En déduire celle R_x de sa composante selon le vecteur \vec{i} .
- 3) Calculer F.



EXERCICE 3

Les types de mouvements que subissent les systèmes mécaniques sont nombreux et différent selon les actions exercées sur ces systèmes. Les lois de Newton permettent l'étude de l'évolution de ces systèmes.

Cet exercice vise l'étude de deux types de mouvement et la détermination de certaines grandeurs qui les caractérisent.

1. Etude du mouvement d'un solide sur plan horizontal

Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse $m = 0,4 \text{ kg}$ glisse avec frottement sur un plan horizontal OAB. On modélise les frottements par une force \vec{f} constante de direction parallèle à la trajectoire et de sens contraire à celui du mouvement.

Pour étudier le mouvement de (S), on choisit un repère (O, \vec{i}) lié à la terre considéré comme galiléen.

1.1. Le solide (S) est soumis, lors de son mouvement entre O et A, à une force motrice \vec{F} constante, horizontale ayant le sens du mouvement (figure 1).

On choisit l'instant de départ de (S), à partir de O, sans vitesse initiale comme origine des dates $t_0 = 0$.

1.1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que

l'équation différentielle que vérifie l'abscisse x de G dans le repère (O, \vec{i}) est : $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F - f}{m}$.

1.1.2. le solide (S) passe par A à l'instant $t_A = 2 \text{ s}$, avec la vitesse $v_A = 5 \text{ m.s}^{-1}$.

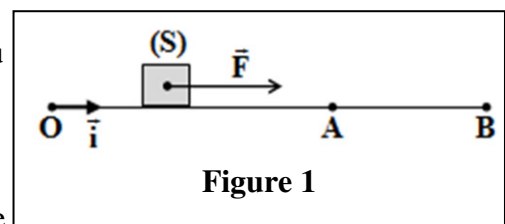
Déterminer la valeur de l'accélération a_1 du mouvement de G entre O et A.

1.2. La force \vec{F} s'annule lorsque le solide (S) passe par A. Le solide (S) continue son mouvement et s'arrête en B. On choisit l'instant de passage de (S) par A comme nouvelle origine des dates ($t_0 = 0$). Le solide (S) s'arrête en B à l'instant $t_B = 2,5 \text{ s}$.

1.2.1. Montrer que la valeur algébrique de l'accélération entre A et B est $a_2 = -2 \text{ m.s}^{-2}$.

1.2.2. En déduire l'intensité de la force de frottement \vec{f} .

1.3. En utilisant les résultats obtenus, calculer l'intensité de la force motrice \vec{F} .



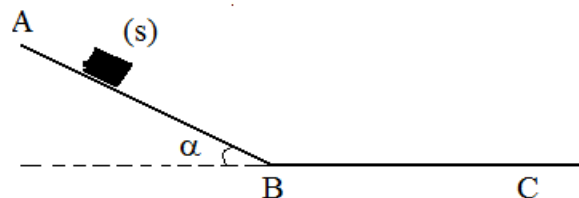
EXERCICE 4

Un skieur de masse $m=70$ kg, décrit une piste formée par deux parties:

*AB, une pente inclinée de 30° avec le plan horizontal

*BC, une voie rectiligne et horizontale

Les forces de frottements sont supposées constantes sur les deux parties et valent $f=10$ N. Le skieur atteint le point B avec une vitesse $v_B=40$ m/s puis il s'arrête en C. $g=10$ N/Kg



1-Sur la pente AB:

1-1-Faire le bilan des actions agissant sur le skieur.

1-2-Determiner l'accélération du mouvement du skieur en déduire la nature du mouvement

1-3-Prendre comme origine des abscisses le point A et comme instant de repère du temps l'instant de passage par A. Ecrire les équations horaires du mouvement du skieur .

1-4-Le skieur décrit la pente AB pendant 7 secondes

1-4-1- Calculer la vitesse v_A , la vitesse de passage par le point A

1-4-2- Déterminer la longueur de la pente AB

2-Sur la pente BC le skieur à utiliser son bâton pour freiner, f de freinage = 60 N

2-1-Faire le bilan des action agissant sur le skieur.

2-2-Determiner l'accélération du mouvement du skieur en déduire la nature du mouvement

2-3-Prendre comme origine des abscisses le point B et comme instant de repère du temps l'instant de passage par B. Ecrire les équations horaires du mouvement du skieur et de sa vitesse en fonction de v_B

2-4-le skieur s'arrête au point C

2-4-1- déterminer a quel instant le skieur s'arrête-t-il?

2-4-2-calculer la distance BC

EXERCICE5

On considère un solide de masse m et de centre d'inertie G , en mouvement sur la ligne de plus grande pente

d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

Le solide est lancé vers la partie supérieure du plan

incliné selon l'axe $(O ; \vec{i})$, avec une vitesse initiale de valeur

v_0 . À la date $t = 0$, le centre d'inertie G se trouve

en O , son vecteur vitesse est alors égal à $v_0 \cdot \vec{i}$. On étudie le

mouvement de G pour $t > 0$. Les frottements

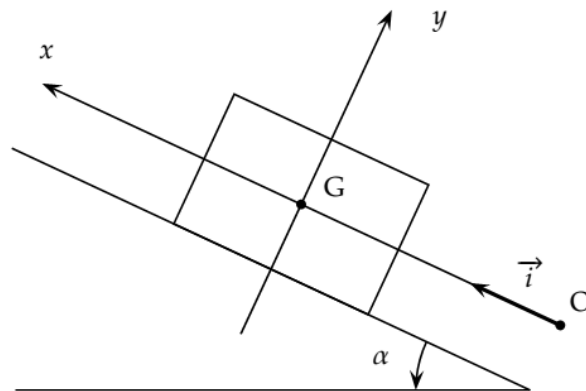
sont négligés.

1- Faire l'inventaire des forces appliquées au solide.

Les représenter sur le schéma ci-contre.

2- Donner la valeur de la coordonnée \vec{a} du vecteur accélération de G selon.

3- Qualifier le mouvement de G .



EXERCICE 6

Un jeu d'animation est composé d'un rail dont la première partie OB est inclinée d'un angle α avec l'horizontale et la deuxième partie BC est horizontale.

Au point C se trouve une sphère S de 200 g suspendue à un fil

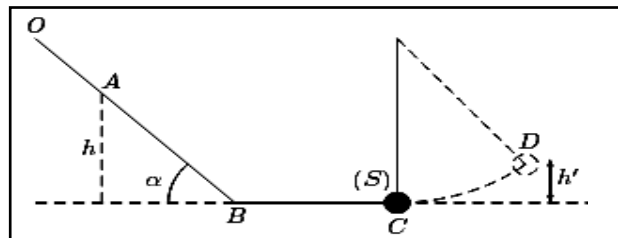
inextensible et de masse négligeable. La sphère S doit

atteindre une hauteur minimale $h= 0,5$ m pour que le point soit

gagnant. Le joueur lâche, sans vitesse initiale, d'un point A

situé à une hauteur h , un solide de masse $m= 200$ g qui glisse

sur le rail. Il atteint le point B avec une vitesse $V_B=7$ ms⁻¹.



On considère que les forces de frottements sont négligeable les sur cette portion AB.

On prendra la valeur de l'accélération de la pesanteur $g= 10$ ms⁻².

1. Faire l'inventaire des forces appliquées au solide sur cette partie inclinée AB et les représenter sur un schéma.

De quelle hauteur h le solide a-t-il été lâché ?

2. Sur la portion BC , les frottements sont tels que la vitesse au point C est $v_C= 5,5$ ms⁻¹ et la durée du parcours BC est $\Delta t_{BC}= 0,5$ s.

Représenter les forces appliquées au solide quand il se trouve sur la partie horizontale BC. Calculer l'intensité de la force f .

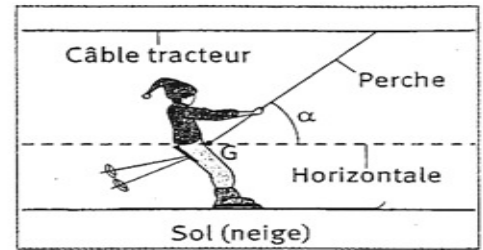
3. Au point C, le mobile heurte la sphère S et lui communique la moitié de son énergie cinétique. À quelle hauteur h' la sphère va-t-elle s'élever ? Le point est-il gagné ?

EXERCICE 7

Cet exercice étudie un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G d'un skieur dans différentes phases. Le skieur est considéré comme un solide en translation dont la masse totale, avec l'équipement, est $m = 80,0 \text{ kg}$

On assimilera l'ensemble des forces de frottement à une force unique opposée au mouvement, de valeur constante $F = 50 \text{ N}$. Le skieur reste constamment en contact avec le sol.

Donnée : Record du monde de vitesse à ski : $250,7 \text{ km/h}$. On prendra $g = 9,81 \text{ N/kg}$.



A-Montée

1-Le skieur se présente sur l'aire de départ, horizontale, du télési. Initialement immobile, il s'accroche à une perche faisant un angle α constant de 45° avec l'horizontale.

On admettra que la perche exerce une force de traction T dirigée selon sa propre direction.

Après un parcours d'une durée $\Delta t = 8,0 \text{ s}$, la vitesse se stabilise à la valeur $v = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1-1-Faire l'inventaire de toutes les forces s'exerçant sur le skieur pendant cette phase de démarrage : on appellera N la composante normale de l'action de la piste sur les skis. Les représenter sur un schéma.

1-2- Exprimer sous forme vectorielle la deuxième loi de Newton

1-3- Déterminer l'expression littérale puis la valeur T de la force de traction \vec{T} .

2- Le skieur, toujours tiré par la perche, monte à la vitesse constante $v = 2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ sur une pente inclinée de $\beta=40^\circ$ par rapport à l'horizontale. La perche elle-même forme un angle $\delta = 30^\circ$ avec le sol.

Après avoir schématisé le skieur, déterminer littéralement puis numériquement la nouvelle valeur de T .

2- Le skieur arrive au sommet, avec la vitesse précédente, sur une plate-forme horizontale où il lâche la perche. Combien de temps mettra-t-il pour s'arrêter ?

B- Descente Lors d'une compétition, le skieur s'élance à partir d'une position de repos sur une piste rectiligne, inclinée d'un angle $\beta' = 28^\circ$ par rapport à l'horizontale.

1-En admettant l'existence de forces de frottement de même valeur qu'à la montée, quelle vitesse atteindra-t-il après 10 s ?

2- La valeur des forces de frottement varie en réalité avec la vitesse selon la loi $F=kv^2$ avec un coefficient $k=0,33\text{SI}$.

2-1- Déterminer l'unité de k .

2-2- Si l'accélération du skieur pouvait s'annuler, pour quelle vitesse cela se produirait-il ? On suppose que cette vitesse est la vitesse limite, constante, vers laquelle tend celle du skieur au bout d'un temps très long. Peut-il espérer battre le record du monde sur cette piste ?

EXERCICE 8

Un mobile M décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère (O, \vec{i}) ; son vecteur accélération est constante pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à $t_F = 5\text{s}$.

A l'instant $t_0 = 0$, le mobile part du point M_0 , d'abscisse $x_0 = -0,5\text{m}$, avec une vitesse $v_0 = -1\text{m/s}$. Puis passe au point M_1 , d'abscisse $x_1 = 5\text{m}$, avec une vitesse $v_1 = 4,7\text{m/s}$.

1- Calculer l'accélération a du mobile.

2- Calculer la date t_1 à laquelle le mobile passe au point M_1 .

3- Donner l'équation horaire du mobile.

4- A la date $t = 2\text{s}$, un deuxième mobile M' part de l'abscisse $x_1 = 5\text{m}$, avec un mouvement rectiligne uniforme dont la vitesse est $v' = 4 \text{ m/s}$.

4-1- Calculer la date t_R de la rencontre des deux mobiles.

4-2- Calculer l'abscisse x_R où a lieu cette rencontre.

EXERCICE 9

Un solide S de petites dimensions, de masse m et assimilable à un point matériel, est placé au sommet A d'une piste circulaire AB . AB est dans le plan vertical et représente un quart de circonférence de centre O et de rayon $r = 5 \text{ m}$. On déplace légèrement le solide S pour qu'il quitte la position A avec une vitesse quasiment nulle et glisse sans frottement le long de la piste.

Le solide perd le contact avec la piste en un point C tel $(\vec{OA}; \vec{OC}) = \alpha$

On repère le mobile M par l'angle θ tel que $\theta = (\vec{OA}; \vec{OM})$

1) Exprimer sa vitesse V_C , au point C , en fonction de α , r et g .

2) Calculer la valeur de l'angle α .

3) Déterminer le vecteur vitesse \vec{V}_C du solide en C .

